

Fe de erratas

1

INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE MÁQUINAS Y MECANISMOS



1.5.3. Técnicas de análisis de mecanismos: analítica, compleja, gráfica

En este punto, deberemos analizar qué técnicas podemos utilizar para conocer la posición y por tanto la velocidad y aceleración de cualquier punto del mecanismo. La aplicación de la cinemática del sólido rígido a los mecanismos es el cuerpo de conocimientos que aplicar, pero en Teoría de Máquinas y Mecanismos vamos a desarrollar una serie de conceptos y técnicas que nos permitan un más fácil y rápido análisis y solución del estado de movimiento de cualquier eslabón y punto del mecanismo.

La utilización del cálculo de vectores para definir la posición de los eslabones de un mecanismo, así como de las velocidades y aceleraciones, nos permite considerar dos grupos de técnicas: las **analíticas** y las **gráficas**.

Las **técnicas analíticas vectoriales** utilizan el análisis vectorial de los bucles cerrados de los eslabones del mecanismo para obtener ecuaciones vectoriales de la movilidad del mecanismo. De los sistemas de ecuaciones vectoriales planteados podemos pasar a sus correspondientes sistemas de ecuaciones escalares que mediante su resolución nos permitan obtener las características de los eslabones incógnita en función de los datos de la geometría del mecanismo.

Técnicas analíticas: ecuación de Freudenstein

Vamos a aplicar lo anterior al caso de un mecanismo fundamental, el cuadrilátero articulado, según la Figura 1.24.

Corregida errata en nombre propio.

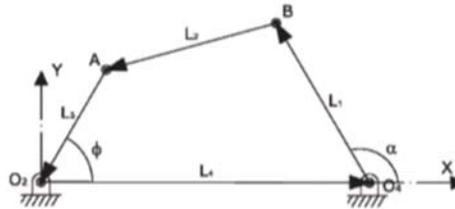


Figura 1.24. Representación vectorial de un mecanismo de cuatro barras.

Siguiendo como referencia la notación utilizada, se observa que, evidentemente, la suma de las proyecciones de las componentes vectoriales en el eje X debe ser cero:

$$L_1 \cdot \cos \alpha + L_2 \cdot \cos \beta - L_3 \cdot \cos \phi + L_4 = 0 \quad (1.1)$$

Además, la suma de las proyecciones de las componentes vectoriales en el eje Y también debe ser cero:

$$L_1 \cdot \sin \alpha + L_2 \cdot \cos \beta - L_3 \cdot \cos \phi = 0 \quad (1.2)$$

Si las Ecuaciones (1.1) y (1.2) se reorganizan y se elevan al cuadrado resulta:

$$L_2^2 \cdot \cos^2 \beta = (L_3 \cdot \cos \phi - L_1 \cdot \cos \alpha - L_4)^2 \quad (1.3)$$

$$L_2^2 \cdot \sin^2 \beta = (L_3 \cdot \sin \phi - L_1 \cdot \sin \alpha)^2 \quad (1.4)$$

Si las Ecuaciones (1.3) y (1.4) se suman, el resultado sería:

$$L_2^2 = L_1^2 + L_3^2 + L_4^2 - L_3 \cdot L_4 \cdot \cos \phi - L_1 \cdot L_3 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \phi - L_1 \cdot L_3 \cdot \sin \alpha \cdot \sin \phi - L_1 \cdot L_4 \cdot \cos \alpha \quad (1.5)$$

2 RESISTENCIAS EN MÁQUINAS



Para cada estado de pivotamiento y dadas unas condiciones geométricas y elásticas del contacto, es posible definir un coeficiente de rozamiento al pivotamiento $\phi_p = \mu_p N$, de manera similar a los casos anteriormente estudiados (véase la Figura 2.7).

$$\Phi_p = \mu_p \cdot N$$

μ_p depende de la carga y de las características de los materiales. $\mu_p > (\mu_{ROD} \equiv \delta)$.

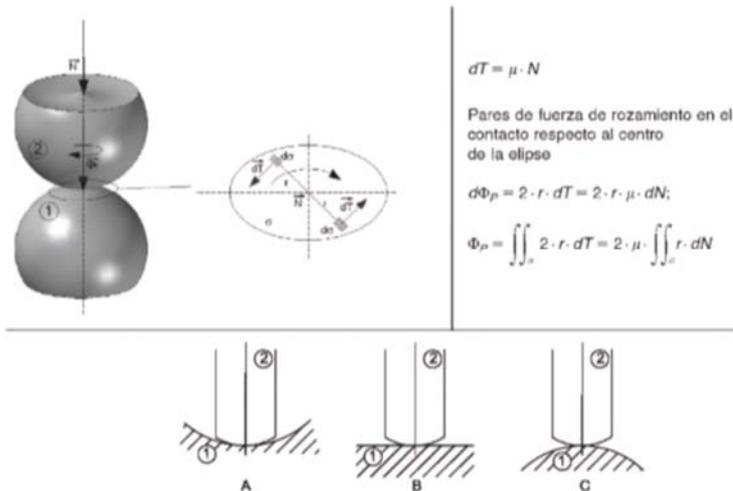


Figura 2.7. Comportamiento de la zona de contacto en el pivotamiento.

2.2. INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA GENERAL DE ENGRASE. ROZAMIENTO VISCOSO

Se han estudiado las resistencias pasivas en los pares cinemáticos de las máquinas sin considerar la posible lubricación de los contactos de los eslabones del par. La experiencia permitió la reducción de las pérdidas energéticas por rozamiento mediante la incorporación de lubricantes en el contacto.

En la Antigüedad el uso del agua como refrigerante en los ejes de los molinos de agua no solo cumplía esa misión, sino que hacía que el eje fuera más ligero.

El estudio del fenómeno de la lubricación se realizó a partir de las experiencias de Newton sobre el comportamiento de la resistencia a la cizalladura de flujos laminares entre superficies con velocidad relativa. En la Figura 2.8 se expresa el esfuerzo que tiene que realizar el eslabón 2 para mantener una velocidad relativa v respecto al eslabón 1. Supuestas unas condiciones de flujo laminar en la interfase lubricante, dicho esfuerzo es proporcional: al área del contacto entre eslabones, al gradiente de velocidades según la normal al contacto y a la viscosidad del lubricante.

Es de interés para el cálculo del rozamiento en un par lubricado obtener una expresión similar a la encontrada para el rozamiento seco $F_{roz\ seco} = \mu N$, es decir: $F_{roz\ visc} = \mu_{visc} N$, donde μ_{visc} es el coeficiente de rozamiento viscoso equivalente. Para ello, se considerarán las aproximaciones

© Ediciones Paraninfo

Símbolo correcto.

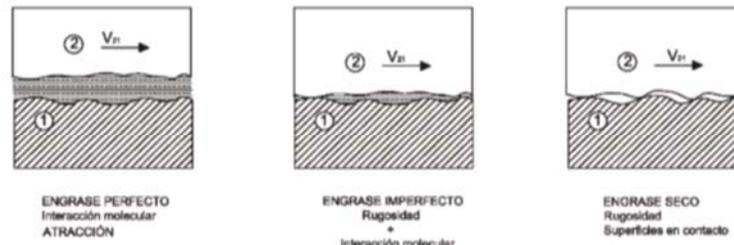


Figura 2.10. Esquema del comportamiento de la junta lubricada para diferentes valores del término $\eta v/p$.

entre las superficies de contacto del par, para lo cual necesitamos valorar la fuerza de adherencia del lubricante con las superficies de contacto de los eslabones, es decir, las fuerzas de tensión superficial entre el lubricante y el sólido τ_{ls} . Previamente, vamos a analizar el comportamiento de una gota de lubricante sobre una superficie de contacto, y en particular el punto A; véase la Figura 2.11, donde coexisten las tres interfases: sólido lubricante, lubricante ambiente, ambiente lubricante. El lubricante situado en el punto A se encuentra en equilibrio bajo la acción de la fuerza del peso y de las tres fuerzas debidas a la tensión interfacial en las tres interfases τ_{ls} , τ_{sa} , τ_{al} con l = lubricante, s = eslabón, a = ambiente. En la vertical el peso está equilibrado por la reacción normal y la componente vertical de la tensión superficial del ambiente y el lubricante τ_{al} ; en la horizontal podemos plantear la ecuación de equilibrio (véase la Figura 2.12):

$$\tau_{al} \cos \theta + \tau_{ls} - \tau_{sa} = 0$$

$$\cos \theta = (\tau_{sa} - \tau_{ls}) / \tau_{al}$$

Se ha añadido la referencia a la figura.

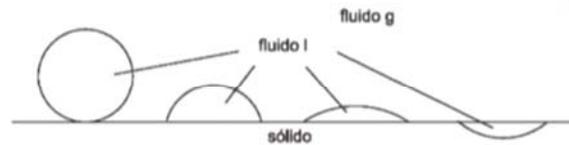


Figura 2.11. Diferentes configuraciones de mojado entre una superficie y un lubricante.

Del análisis del ángulo θ podemos decir que un valor muy pequeño indica una gran capacidad de lubricar la interfase, es decir, una tendencia a mantener las características de engrase perfecto. Esta capacidad se suele denominar untuosidad, por tanto el ángulo del contacto θ de la tangente en el borde de la gota con la línea de la superficie del eslabón nos mide cuantitativamente la untuosidad del aceite con el material del contacto del eslabón. Si el ángulo θ es inferior a 90° , se dice que la fase líquida moja a la fase sólida, si es superior a 90° entonces la fase líquida no moja a la fase sólida.

Si a partir de las definiciones anteriores calculamos la energía gastada por rozamiento en un par lubricado para unas condiciones dadas de carga, velocidad de funcionamiento nominal y presión de aceite en la junta (véase la Figura 2.13), podemos obtener la expresión de la potencia de rozamiento viscoso como proporcional a la viscosidad:

$$P_R = k\eta v f(v/p) \cdot N$$

2

RESISTENCIAS EN MÁQUINAS

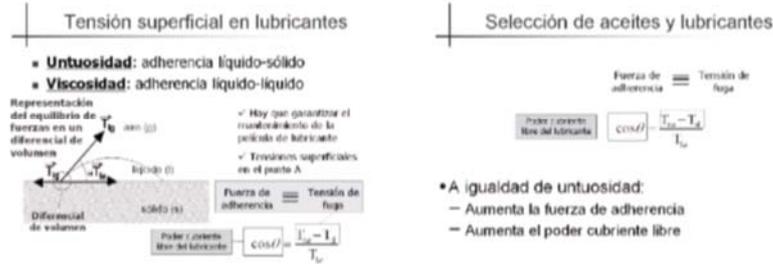


Figura 2.12. Análisis cualitativo y cuantitativo de la untuosidad de un lubricante.

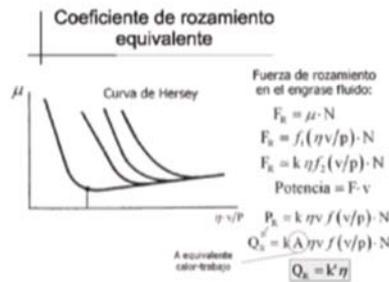


Figura 2.13. Calor generado en un par elemental lubricado.

El calor generado incrementará la temperatura de la junta hasta que se alcance un equilibrio entre el calor generado y el calor disipado. El estudio del equilibrio entre la energía disipada por rozamiento y la energía evacuada por el sistema de refrigeración del lubricante da lugar al concepto de recta de funcionamiento del lubricante que, al estar obligada por la curva de viscosidad correspondiente, nos da el punto de equilibrio viscosidad vs. temperatura del lubricante en la máquina.

2.3. MECANISMOS ELEMENTALES

2.3.1. Apoyos de ejes y árboles, quicioneras y ranguas

En los apartados anteriores hemos presentado el estudio del comportamiento de los pares cinemáticos tanto ante rozamiento seco como lubricado. El estudio de los tres tipos de rozamiento por contacto (deslizamiento, rodadura y pivotamiento) y la reducción del rozamiento por pivotamiento a un caso de deslizamiento nos permitirá el cálculo de las fuerzas y pares de rozamiento en los mecanismos fundamentales, así como en los apoyos de ejes y árboles, quicioneras y ranguas.

En la figura 2.14 se visualiza la vista frontal y la sección de una junta de rotación, modelo que nos permite el cálculo del par de rozamiento $\vec{\Phi}_R$ para unas condiciones nominales de funcionamiento en velocidad de rotación $\vec{\omega}$ y carga \vec{P} .

Se ha corregido la referencia.

Deberemos estudiar las fuerzas de rozamiento diferencial $d\vec{F}_R$ en cada uno de los diferenciales de superficie de contacto $d\vec{\sigma}$, donde existe una presión específica por unidad de superficie p según la normal del contacto, en particular para el par de rozamiento se obtiene la expresión:

$$d\vec{F}_R = \mu \cdot dN = \mu \cdot p \cdot d\vec{\sigma}$$

$$d\vec{\Phi}_R = d\vec{F}_R \wedge \vec{r} \rightarrow |\vec{\Phi}_R| = \int \int \mu \cdot p \cdot r \cdot d\sigma$$

Apoyos de ejes y árboles

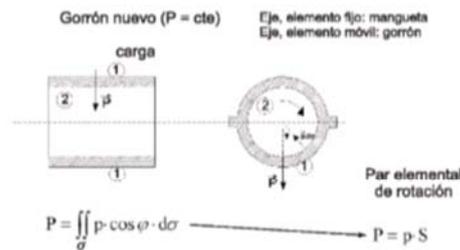


Figura 2.14. Representación gráfica del equilibrio de fuerzas en un apoyo de eje.

La integral de superficie en el dominio σ es de difícil solución, pues son necesarios los conocimientos de la elasticidad y resistencia de materiales para obtener la presión específica p en cada punto de las superficies de contacto. Por tanto, vamos a considerar una primera simplificación; se considerará que el par cinemático es nuevo y por tanto la distribución de presiones específicas p se puede considerar de magnitud constante. En este caso, la integral de superficie se simplifica y se convierte en una integral que depende solo de la geometría de la junta. Así, podemos relacionar la carga vertical del eje con la componente vertical de la reacción mediante el cálculo de la sección proyectada de la superficie de contacto del par sobre la vertical, para el caso de un par cilíndrico (véase la Figura 2.14 y 2.15 para el caso de un par cilíndrico).

Se ha ampliado la referencia a las dos figuras.

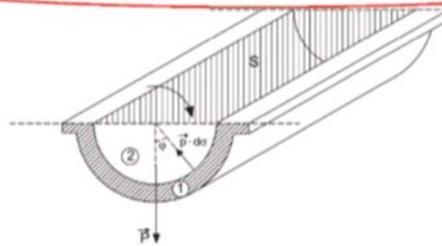


Figura 2.15. Representación de la sección proyectada S en un apoyo de eje.

La suposición de presión específica p constante no es suficiente, ya que en la línea media para $\varphi = \pi/2$ el valor de p debería ser nulo; además se deberán considerar los efectos del desgaste. Para ello, hemos de estudiar con detenimiento un punto genérico del contacto, es decir, si consideramos la existencia de un desgaste radial δ en el eje, se generará un desplazamiento vertical D , común

magnitud $\vec{\alpha}$ alrededor del punto dado A genera una aceleración con formato de aceleración tangencial \vec{a}_{BA} («semi-rotación» tangencial, véase en la Figura 3.4 la representación de estos dos vectores como: $-\omega^2 \rho$ y $\alpha \wedge \rho$). En la Figura 3.5 se presenta el esquema completo de los vectores cinemáticos involucrados al relacionar el estado cinemático del punto A y B del sólido rígido (véase la Figura 3.5).

Se ha corregido la referencia y las variables a las que se hace referencia.

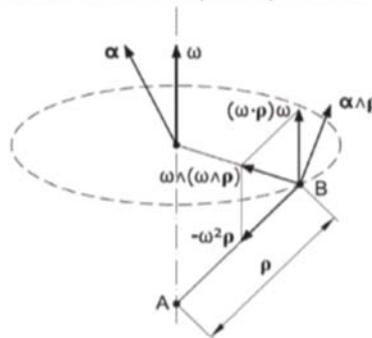


Figura 3.4. Representación gráfica del vector \vec{a}_{BA} correspondiente a dos puntos A y B del sólido rígido, afectado por la velocidad angular $\vec{\omega}$ y aceleración angular $\vec{\alpha}$.

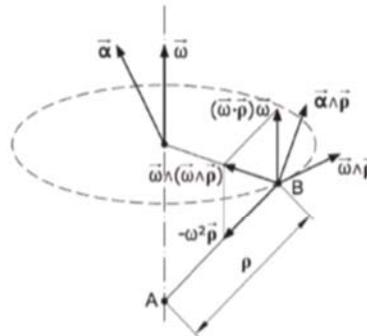


Figura 3.5. Representación gráfica conjunta del vector \vec{V}_{BA} y \vec{a}_{BA} correspondientes a dos puntos A y B del sólido rígido, afectado por la velocidad angular $\vec{\omega}$ y aceleración angular $\vec{\alpha}$.

Movimiento de los puntos de un sólido rígido

En el caso del estudio de las velocidades de los puntos de un sólido rígido se vio la naturaleza del campo de velocidades como una rotación alrededor de un punto dado con eje la dirección de la velocidad angular y superpuesto a una traslación según la dirección de la velocidad del propio punto dado. Se puede demostrar por la aplicación de la teoría de los vectores deslizantes que existe una recta denominada eje instantáneo de rotación y deslizamiento mínimo, o eje central cuyos puntos tienen velocidad mínima (e igual en todo el eje en un instante dado) y en dirección del propio eje. Entonces, si estudiamos el campo de velocidades instantáneo alrededor del eje central del sólido (eslabón), obtenemos un movimiento helicoidal alrededor del eje central que nos da en primera

© Ediciones Paraninfo